7 Exercice Contrôle 2011 25′ 5 Points

Le plan complexes est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1°) On désigne par *A*, *B*, *C* et *D* les points d'affixes respectives -1 , i , $1-2i$ et $(1-2i)^2$.

a) Placer les points *A*, *B*, *C* et *D*.

b) Montrer que le triangle *ABC* est rectangle e que le triangle *ACD* est isocèle.

2°) Pour tout nombre complexe z on désigne par *M* et *N* les points d'affixes respectives z et z^2.

a) Montrer que si *ABMN* est un parallélogramme alors $z^2-z+1+i=0$.

b) Montrer que pour une seule valeur de z que l'on déterminera, *ABMN* est un parallélogramme.

8 Exercice Principale 2012 25′ 5 Points

Soit z un nombre complexe quelconque.

On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points *A*, *B* et *C* d'affixes respectives $1+3i$, z^2 et iz.

1°) Montrer que *B* est le milieu du segment $[AC]$ si et seulement si z est solution de l'équation

$$(E):-2z^2+iz+1+3i=0.$$

2°) a) Calculer $(4+3i)^2$.

b) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

3°) On prend $z=-1-\frac{1}{2}i$.

a) Calculer iz.

b) Sans calculer z^2, placer les points *A*, *B* et *C*.